

حساب دیفرانسیل و انتگرال با هندسه تحلیلی

(تجدید نظر کلی)

جلد اول

تألیف:

لویی لایتھولد

مترجم:

دکتر علی اکبر عالمزاده

نیاز دانش

پیش‌گفتار مترجم

این کتاب اثر معروف لویی لایت‌هولد است که به فارسی ترجمه و در سه جلد تقدیم می‌شود. جلد اول با پیش‌گفتار مترجم، پیش‌گفتار مؤلف و فهرست مطالب آغاز شده و سپس فصل‌های می‌آید.

فصل اول راجع به اعداد حقیقی، آشنایی با هندسه تحلیلی، و توابع می‌باشد.

فصل دوم به حدود و پیوستگی می‌پردازد.

فصل سوم در باب مشتق و خواص آن می‌باشد.

در فصل چهارم کاربردهای مشتق مطرح می‌شود.

فصل پنجم راجع به دیفرانسیل و پادمشتق‌گیری خواهد بود.

و فصل ششم انتگرال‌های معین به طور مشروح مورد بحث قرار می‌گیرند.

در خاتمه سؤالات تکمیلی جلد اول مطرح خواهند شد. این کتاب در نوع خود بی‌نظیر بوده و برای تمامی رشته‌ها اعم از ریاضی و غیرریاضی که با حساب دیفرانسیل و انتگرال سروکار دارند مناسب می‌باشد.

دکتر علی اکبر عالم‌زاده

تابستان ۱۳۹۳

پیش‌گفتار مؤلف

چاپ چهارم حساب دیفرانسیل و انتگرال با هندسه تحلیلی، همانند سه چاپ دیگر، برای دانشجویان ریاضی و نیز دانشجویان مهندسی، علوم طبیعی و اجتماعی، یا رشته‌های غیر فنی طرح شده است. در تدوین آن جبر و هندسه دبیرستان را دانسته گرفته‌ایم.

کتاب هم در یک جلد و هم در دو قسمت در دسترس شماست. قسمت یک از پانزده فصل اول، و قسمت دو از فصل‌های ۱۵ تا ۲۰ متشکل است. فصل ۱۵ در باب سری‌های نامتناهی در هر دو قسمت آمده است تا استفاده از دو جلد را مفیدتر کند. مطالب قسمت یک عبارتند از حساب دیفرانسیل و انتگرال توابع یک متغیره و هندسه تحلیلی در صفحه، و می‌توان آنها را در یک سال و در نه یا ده ساعت در هفته در نظام نیم سالی یا دوازده ساعت در هفته در نظام ثلثی تدریس کرد. قسمت دو برای یک درس پنج یا شش ساعت در هفته در نظام نیم سالی یا هشت ساعت در هفته در نظام ثلثی مناسب است. این قسمت شامل حساب دیفرانسیل و انتگرال چند متغیره و بحثی از بردارها در صفحه، و نیز در ابعاد سه، با روش برداری در هندسه تحلیلی فضایی، می‌باشد.

اهداف چاپ‌های قبلی حفظ شده‌اند. کوشیده‌ایم تا تعادل سالمی بین حساب دیفرانسیل و انتگرال مقدماتی به روش دقیق و روش قدیمی‌تر، یعنی شهودی، و دیدگاه محاسبه‌ای برقرار شود. با توجه به اینکه کتاب درسی باید برای شاگرد نگاشته شود، سعی شده مطالب در حد تجربه و پختگی مبتدی باشد و هیچ مرحله‌ای بی توضیح نماند یا حذف نشود. خواننده باید بداند که برهان قضایا لازمند و این برهانها بخوبی انگیزه‌دار و بدقت توضیح داده شده‌اند تا برای شاگردی که بر بخش‌های قبلی کتاب نسبتاً مسلط است قابل درک باشد.

در مورد قضایای بی برهان، عموماً بحث با شکل و مثال وسعت یافته است، و در این حالات همیشه تاکید شده که مطالب توضیحی است از قضیه و برهانی برای آن نیست.

در سراسر این چاپ نوآوری‌هایی دیده می‌شود، که در بندهای زیر مطرح خواهند شد. در اینجا بیش از ۶۸۰۰ تمرین وجود دارند که تجدید نظر و طبقه‌بندی شده‌اند تا انواع مختلفی از مسائل، از محاسبه‌ای

تا کاربردی و نظری، در دست باشد. در بین بیش از ۲۰۰۰ تمرین جدید، تمرینات مقدماتی اضافی، و نیز تمریناتی در رابطه با واحد سنجش، یافت می‌شوند.

فصل ۱ شامل مطالبی در باب دستگاه اعداد حقیقی است و از چاپ‌های قبلی کمتر مشروح است. آشنایی با هندسه تحلیلی در این فصل شامل مطالب سستی خطوط مستقیم و همچنین دایره است. توابع در بخش ۱-۵ عرضه می‌شوند. تابع مجموعه‌ای از جفت‌های مرتب تعریف، و از این ایده برای تجسم مفهوم تابع به عنوان تناظری بین مجموعه‌هایی از اعداد حقیقی استفاده شده است. تعریف توابع سینوس و کسینوس را به بخش ۱-۷ برده‌ایم. این معرفی زودتر استفاده از آنها در فصول ۳ و ۵ در مثالهای مشتقگیری و پاد مشتقگیری از توابع غیر جبری را مجاز می‌سازد.

بحث حدود و پیوستگی در فصل ۲ این چاپ کامل است. این مباحث در قلب هر درس مقدماتی حساب دیفرانسیل و انتگرال واقعند. برای مفهوم حد یک تابع، ابتدا انگیزه قدم به قدم داده شده که بحث را، با بیان شهودی فرایند حد، از محاسبه مقدار تابع در مجاورت یک عدد به تعریف دقیق اپسیل - دلتا می‌کشاند. رشته‌ای از مثالها که تدریجا مشکل می‌شوند گنجانده شده‌اند. همه قضایای حدی بیان شده‌اند، و چند برهانی در متن آمده‌اند، و بقیه در تمرین‌ها به اختصار شرح داده شده‌اند. در بحث پیوستگی، از توابع روزمره به عنوان مثال و مثال نقض استفاده، و از آنهایی که معنی شهودی کمتری دارند احتراز شده است.

در فصل ۳، پیش از تعریف صوری مشتق، خطوط مماس بر یک منحنی تعریف شده تا قبلاً کاربرد هندسی مشتق نموده شود. کاربرد فیزیکی سرعت لحظه‌ای در حرکت مستقیم‌الخط پس از اثبات قضایایی در مشتقگیری عرضه می‌شود. قاعده زنجیره‌ای در بخش ۳-۷ بیان و اثبات شده است، و در اینجا توابع سینوس و کسینوس به عنوان مثال از قاعده‌ای برای توابع غیر جبری بکار رفته‌اند. فصل ۴ کاربردهای سستی مشتق را در مسائل میزان‌های مرتبط، ماکزیم‌ها و مینم‌ها، و رسم منحنی، و نیز در تجارت و اقتصاد بدست می‌دهد.

پادمشتق در فصل ۵ مطرح می‌شود. به جای انتگرال‌گیری نامعین از اصطلاح «پاد مشتقگیری» استفاده شده، اما نماد متعارف حفظ شده است. این نماد می‌گوید که باید بین انتگرال‌های معین، که در فصل ۶ معرفی شدند، و پاد مشتق‌ها رابطه‌ای موجود باشد، اما این تا جایی که از جنبه نظری دید صحیحی از انتگرال معین به عنوان حد مجموع‌ها بدست دهد آسیبی نخواهد رسانید. در فصل ۵ معادلات دیفرانسیل با متغیرهای جدایی‌پذیر، همراه با مثال‌هایی جدید، بازنویسی شده است.

در فصل ۶ تمریناتی در محاسبه انتگرال‌های معین به وسیله یافتن حدود مجموع‌ها داده شده تا بر طرز محاسبه آنها تاکید گذارده شود. معرفی انتگرال معین پس از تعریف مساحت تحت یک منحنی به عنوان حد مجموع‌ها می‌آید. خواص مقدماتی انتگرال معین را نتیجه گرفته و قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال را ثابت می‌کنیم. تاکید می‌کنیم که این قضیه مهمی است، زیرا روش دیگری برای محاسبه حدود مجموع‌ها بدست می‌دهد. انتگرالگیری تقریبی بلافاصله پس از قضیه اساسی عرضه

می‌شود. این مطالب در صورت قضایایی برای محاسبه کرانه‌های خطای ناشی از این تقریبات گنجانده شده‌اند.

در این چاپ کاربردهای انتگرال معین به دو فصل تقسیم شده‌اند. آن‌های موجود در فصل ۷ مشتمل بر مساحت، حجم، طول قوس، و کار هستند. بخش مربوط به کار بازنویسی شده تا واحدهای متری را در برگیرد، و امثله و تمرینات جدیدی نیز برای استفاده از این واحدها گنجانده شده‌اند.

در فصل ۸، مبحث توابع معکوس با استفاده از تابع یک به یک بازنویسی شده و در دو بخش به جای یکی آمده است. بحث توابع لگاریتمی و نمایی در این فصل به روشی نوین انجام یافته است. لگاریتم طبیعی به صورت انتگرال، و تابع نمایی با معکوس تابع لگاریتمی طبیعی تعریف شده است. سپس توان گنگ یک عدد حقیقی را تعریف کرده‌ایم.

توابع تانژانت، کتانژانت، سکانت، و کسکانت در فصل ۹ تعریف شده‌اند. اتحادهای مثلثاتی مهم را نتیجه گرفته و برای بدست آوردن فرمول‌هایی جهت مشتقات و انتگرال‌های این توابع بکار برده‌ایم. بحث توابع مثلثاتی معکوس در چاپ‌های قبلی پیراسته، و بحث توابع هذلولی به این فصل آورده شده است.

فصل ۱۰، در باب فنون انتگرال‌گیری، درگیر یکی از مهمترین جنبه‌های محاسبه‌ای حساب دیفرانسیل و انتگرال است. پس از انگیزه‌های مقدماتی، زمینه‌های نظری هر روش را توضیح داده‌ایم. تسلط بر فنون انتگرال‌گیری بستگی به مثال‌ها دارد، و برای توضیح از مسائلی استفاده شده که شاگرد محقق در عمل با آنها مواجه است، مسائلی که حلشان به صبر و استقامت نیاز دارد.

بخش‌های مربوط به کاربرد انتگرال معین در فصل ۱۱ بازنویسی شده‌اند و شامل امثله و تمرینات جدیدی در رابطه با فنون انتگرال‌گیری که در فصل ۱۰ آموخته شد می‌باشند. بحثی اضافی در باب واحدهای اندازه‌گیری نیز مطرح شده است.

مختصات قطبی و کاربردهایی از آنها در فصل ۱۲ آمده‌اند. در فصل ۱۳ مخروطی‌ها به عنوان مبحثی یکپارچه مطرح می‌شوند تا بر رابطه طبیعی و نزدیکشان با هم تاکید گذارده شود. سهمی در دو بخش اول مطرح می‌شود. بعد معادلات مخروطی‌ها در مختصات قطبی بدست می‌آیند، و معادلات دکارتی بیضی و هذلولی از معادلات قطبی نتیجه می‌شوند. کاربردهای دیگری از سهمی، بیضی، و هذلولی نیز در این چاپ گنجانده شده است.

مباحث صور مبهم، انتگرال‌های مجازی، و فرمول تیلور، و فنون محاسبه‌ای مربوطه، در فصل ۱۴ عرضه شده‌اند. در فصل ۱۵، تا جایی که در یک کتاب حساب دیفرانسیل و انتگرال مقدماتی عملی است، سعی شده تا سری‌های متناهی به طور کامل مطرح شود. علاوه بر مطالب محاسبه‌ای مرسوم. برهان تعادل همگرایی و کرانداری دنباله‌های یکنوا مبتنی بر خاصیت تمامیت اعداد حقیقی و برهان‌های فرایندهای محاسبه‌ای مربوط به مشتق‌گیری و انتگرال‌گیری از سری‌های توانی نیز گنجانده شده است.

اگر کسی بخواهد بردارها را زودتر بگوید، می‌تواند ۵ بخش اول فصل ۱۶ در باب بردارها در صفحه را بعد از فصل ۴ تدریس کند. روش ما در بردارها جدید است، و هم موجب آشنایی با دیدگاه جبرخطی می‌شود هم با آنالیز برداری کلاسیک. کاربردها در فیزیک و هندسه‌اند. فصل ۱۷ به بردارها در فضای سه بعدی می‌پردازد و، در صورت تمایل، می‌توان سه بخش اول این فصل را همزمان با مطالب نظیر در فصل ۱۶ مطالعه کرد.

حدود، پیوستگی، و مشتقگیری توابع چند متغیره در فصل ۱۸ مطرح می‌شوند. بحث و امثله اصولاً در مورد توابع دو یا سه متغیره‌اند، و مشتقگیری توابع چند متغیره در فصل ۱۸ مطرح می‌شوند. بحث و امثله اصولاً در مورد توابع دو یا سه متغیره‌اند؛ با اینحال، اغلب تعاریف و قضایا را می‌توان به توابع متغیره تعمیم داد.

در فصل ۱۹ بخشی در باب مشتقات جهتی و گرادیان‌ها وجود دارد که متعاقبش بخشی می‌آید که کاربردهای گرادیان را در یافتن معادلهٔ صفحهٔ مماس بر یک سطح نشان می‌دهد. کاربردهای مشتقات جزئی در حل مسائل اکسترمم عرضه شده‌اند، و بحث مبسوطی از ضرایب لاگرانژ به انضمام مثال‌های جدید و نیز بحثی از نظریه روش مطرح شده‌اند. سه بخش به انتگرال‌های خط و مطالب مربوطه اختصاص یافته‌اند.

انتگرال مضاعف یک تابع دو متغیره و انتگرال سه گانهٔ یک تابع سه متغیره، همراه با کاربردهایی در فیزیک، مهندسی، و هندسه در فصل ۲۰ داده شده‌اند. بخش ۲۰-۶ در این چاپ جدید است. این بخش به توضیح قضیهٔ گرین و قضیهٔ استوکس در صفحه می‌پردازد.

لویی لایت‌هولد



جلد

◀ شامل فصل های ذیل می باشد:

فصل اول اعداد حقیقی، آشنایی با هندسه تحلیلی، و توابع

فصل دوم حدود و پیوستگی

فصل سوم مشتق

فصل چهارم کاربردهای مشتق

فصل پنجم دیفرانسیل و پادمشتق گیری

فصل ششم انتگرال معین

سئوالات تکمیلی جلد اول

فهرست مطالب

فصل اول - اعداد حقیقی، آشنایی با هندسه تحلیلی، و توابع ۵

<p>بخش ۱-۵ توابع و نمودارهای آنها ۵۷</p> <p>بخش ۱-۶ نمادگذاری تابع، اعمال بر توابع، و انواع تابع ۶۶</p> <p>بخش ۱-۷ توابع سینوس و کسینوس ۷۶</p>	<p>بخش ۱-۱ اعداد حقیقی و نامساویها ۵</p> <p>بخش ۱-۲ صفحه اعداد و نمودار معادلات ۲۰</p> <p>بخش ۱-۳ فرمول فاصله، دایره، و فرمولهای نقطه میانی ۳۰</p> <p>بخش ۱-۴ معادلات خط ۴۳</p>
--	---

فصل دوم - حدود و پیوستگی ۹۳

<p>بخش ۲-۷ قضایایی در باب پیوستگی ۱۵۴</p> <p>بخش ۲-۸ پیوستگی بر یک بازه ۱۶۴</p> <p>بخش ۲-۹ قضیه فشار و $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t}$ ۱۷۱</p> <p>بخش ۲-۱۰ قضایای دیگر در باب حدود توابع ۱۷۹</p>	<p>بخش ۲-۱ حد یک تابع ۹۳</p> <p>بخش ۲-۲ قضایایی در باب حدود توابع ۱۰۴</p> <p>بخش ۲-۳ حدود یکطرفه ۱۱۵</p> <p>بخش ۲-۴ حدود نامتناهی ۱۲۲</p> <p>بخش ۲-۵ حدود در بی نهایت ۱۳۴</p> <p>بخش ۲-۶ پیوستگی یک تابع در یک عدد ۱۴۸</p>
---	--

فصل سوم - مشتق ۱۸۹

بخش ۱-۳	خط مماس	۱۸۹	بخش ۶-۳	مشتق توابع سینوس و کسینوس	۲۲۹
بخش ۲-۳	مشتق	۱۹۵	بخش ۷-۳	مشتق تابع مرکب	۲۳۴
بخش ۳-۳	مشتق پذیری و پیوستگی	۲۰۱	بخش ۸-۳	مشتق تابع توانی به ازای نماهای گویا	۲۴۱
بخش ۴-۳	چند قضیه در باب مشتق گیری		بخش ۹-۳	مشتق گیری ضمنی	۲۴۷
	از توابع جبری	۲۱۱	بخش ۱۰-۳	مشتقات مرتبه بالاتر	۲۵۱
بخش ۵-۳	مشتق به عنوان میزان تغییر	۲۱۸			

فصل چهارم - کاربردهای مشتق ۲۶۳

بخش ۱-۴	میزانهای مرتبط	۲۶۳	بخش ۶-۴	آزمون مشتق دوم برای اکسترم‌های نسبی و نکات دیگری از اکسترم‌های مطلق	۳۰۴
بخش ۲-۴	ماکزیمم و مینیمم یک تابع	۲۷۰	بخش ۷-۴	کاربردهای دیگری در رابطه با اکسترم‌های مطلق	۳۱۲
بخش ۳-۴	کاربردهای اکسترم مطلق بر یک بازه بسته	۲۸۰	بخش ۸-۴	تقعر و نقاط عطف	۳۱۹
بخش ۴-۴	قضیه رل و قضیه مقدار میانگین	۲۸۹	بخش ۹-۴	کاربردها در رسم نمودار یک تابع	۳۲۹
بخش ۵-۴	توابع صعودی و نزولی و آزمون مشتق اول	۲۹۷	بخش ۱۰-۴	کاربردهای مشتق در اقتصاد	۳۳۴

فصل پنجم - دیفرانسیل و پادمشتق گیری ۳۵۵

بخش ۱-۵	دیفرانسیل	۳۵۵	بخش ۴-۵	معادلات دیفرانسیل با متغیرهای جدایی پذیر	۳۸۲
بخش ۲-۵	پادمشتق گیری	۳۶۷	بخش ۵-۵	پادمشتق گیری و حرکت مستقیم الخط	۳۸۸
بخش ۳-۵	پادمشتق گیری از توان‌های سینوس و کسینوس	۳۷۷	بخش ۶-۵	کاربردهای پادمشتق گیری در اقتصاد	۳۹۳

فصل ششم - انتگرال معین ۴۰۳

بخش ۱-۶	مساحت	۴۰۳	بخش ۵-۶	قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال	۴۳۹
بخش ۲-۶	انتگرال معین	۴۱۳	بخش ۶-۶	انتگرال گیری تقریبی	۴۴۹
بخش ۳-۶	خواص انتگرال معین	۴۲۳			
بخش ۴-۶	قضیه مقدار میانگین برای انتگرال‌ها	۴۳۳			

سئوالات تکمیلی جلد اول ۴۶۳